

**CONCURSUL DE MATEMATICĂ
“BĂLCESCU-150”**

CLASA a VII-a

1. Demonstrați că $\frac{1}{1^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{9^2} + \dots + \frac{1}{2013^2} < \frac{2521}{2017}$.

2. Se dau numerele $a, b, c, d, n \in \mathbb{N}^*$ care verifică relațiile $\frac{a}{n} = \frac{b}{n+1} = \frac{c}{n+2}$, $a+3c = 4d$ și mulțimea $A = \{a, b, c, d\}$.

a) Să se determine $n \in \mathbb{N}^*$ știind că $\frac{4a+3b+2c}{d} \in \mathbb{N}$.

b) Să se arate că în A se găsesc două numere consecutive dacă și numai dacă în A se găsesc trei numere consecutive.

c) Să se arate că în A se găsesc două numere divizibile cu 5 dacă și numai dacă în A se găsesc trei numere divizibile cu 5.

3. În triunghiul ascuțitunghic ABC sunt duse înălțimile AA_1 și BB_1 care se intersectează în H . Se știe că $B_1H = B_1C$. Să se demonstreze că:

a) $BB_1 = AB_1$;

b) Semidreapta $[A_1B_1$ este bisectoarea unghiului AA_1C .

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.