

**CONCURSUL DE MATEMATICĂ  
“BĂLCESCU-150”**

**CLASA a VIII-a**

1. Fie  $E(n) = \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 2}} + \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n \cdot (n+1)}}$ ,  $n \in \mathbb{N}^*$ .

a) Să se calculeze partea întreagă a numărului  $E(3)$ .

b) Să se arate că partea întreagă a numărului  $E(2^{4026})$  este cel puțin egală cu 2013.

2. Să se determine toate perechile  $(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  știind că există  $(m, n) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  astfel

încât  $x^2 + y^2 = \frac{25mn}{m^2 + n^2}$ .

3. Se consideră tetraedrul  $ABCD$ . Punctul  $I_1$  este centrul cercului înscris în triunghiul  $ABC$ , iar punctul  $I_2$  este centrul cercului înscris în triunghiul  $ADC$ .

Dacă  $I_1I_2 \parallel BD$ , să se demonstreze că  $\frac{CA + AB}{CA + AD} = \frac{CB}{CD}$ .

**Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Timp de lucru 2 ore.**